СПЕЦІАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ

Зміст

ВСТУП ДО СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

1. Швидкість світла та проблеми ефіру
*2. Досліди Фізо та Майкельсона-**Морлі***
3. Постулати теорії відносності
4. Відносність часово-просторових співвідношень
4.1Відносність одночасності та часу
4.2. Перетворення проміжків часу
4.3. Перетворення проміжків довжини
5.Перетворення переходу релятивістської фізики. (Часткові перетворення Лоренца)
5.1.Перетворення координат
5.2. Перетворення часу
6 .Перетворення швидкості
7. Два підходи до понять маси та імпульсу при побудові СТВ
8. Релятивістська енергія та імпульс
9. (Додаток) До мотивації понять релятивістської маси та імпульсу

ОСНОВИ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ. РЕЛЯТИВІСТСЬКА ДИНАМІКА

10.Чотиривимірний підхід до Спеціальної теорії відносності
10.1. Чотиривектор події
10.2. Інтервал
10.3 Чотиривектор швидкості
10.4. Чотиривектор імпульсу. Релятивістська динаміка

ВСТУП ДО СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

1. Швидкість світла та проблеми ефіру

З відкриттям електромагнітної хвилі виник ряд запитань, відповісти на які виявилось досить непросто: (1) чи існує так званий ефір − середовище, в якому поширюється електромагнітна хвиля, зокрема, світло; (2) чи вірні рівняння Максвела, які містять сталу швидкість поширення електромагнітної хвилі у вакуумі, адже будь-яка швидкість має залежати від системи відліку, а якщо рівняння вірні, то якої системи стосується ця швидкість, тобто, в якій системі ці рівняння справджуються; (3) чи не існує абсолютної системи відліку, яку можна прийняти за нерухому і швидкість в цій системі є абсолютною швидкістю і саме така швидкість входить в рівняння Максвела.

Спочатку, на основі уявлень про механічну хвилю, була прийнята гіпотеза, що електромагнітна хвиля – це процес поширення пружних коливань особливого середовища, яке заповнює весь світовий простір– ефіру, а швидкість цієї хвилі (світла) є швидкістю відносно ефіру.

Таке тлумачення одразу потягло за собою ряд нерозв’язних проблем. Оскільки електромагнітна хвиля є поперечною, то, для пояснення її величезної швидкості, приходилось вважати, що ефір має шалено велике значення модуля пружності для деформацій зсуву. Разом з тим, ефір повинен бути всепроникним, і не чинити опору рухові тіл у ньому.

Крім того, якщо припустити, що всі тіла рухаються відносно ефіру, то для спостерігача, що рухається назустріч короткочасному світловому спалаху, швидкість світла v має бути

більшою, а, при віддаленні, меншою швидкості відносно ефіру c, на величину швидкості спостерігача u

$$v = c \pm u,$$

що не відповідає рівнянням Максвела.

Подібні припущення, щодо несумісних властивостей ефіру, послужили поштовхом до ряду експериментів по виявленню ефіру та встановленню його можливих характеристик.

Серед таких дослідів особливого значення набув дослід американських фізиків Майкельсона та Морлі (1881,1886 р.р.),

2. Досліди Фізо та Майкельсона-Морлі

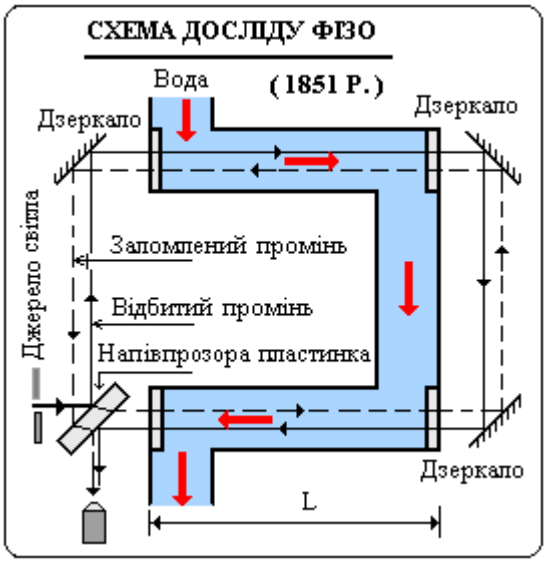
2.1. Дослід Фізо

Образно висловлюючись, часто кажуть, що результат досліду Майкельсона-Морлі поховав ефір. Але, в дійсності, все було не так просто. Розв'язання проблеми прийшло лише після цілої низки експериментальних досліджень, серед яких слід виділити дослід, який свідчив, що. у випадку навколосвітлових швидкостей, перетворення швидкості, при переході між взаєморухомими системами, не відповідає звичній, класичній механіці.

Цей дослід був здійснений у 1851 р. французьким фізиком Арманом Фізо, який до цього у 1949 р. *вперше виміряв швидкість світла в земних умовах*. методом обертового зубчатого колеса.

В ***досліді Фізо*** вимірювалась швидкість світла в рухомому середовищі, наприклад у воді. Якщо середовище рухається зі швидкістю u, а швидкість світла в середовищі v, то швидкість світла відносно нерухомого спостерігача мала бути

$$v^{I} = v \pm u.$$



В схемі досліду світловий промінь від джерела падає під кутом 45^0 на плоскопаралельну напівпрозору пластинку. Ця пластинка поділяє промінь на дві частини – промінь, спрямований після відбивання від пластинки під прямим кутом до початкового напрямку та промінь, який пройшов пластинку. Обидва промені, після відбивання від дзеркал, сходяться та інтерферують. Швидкість променя за струменем води мала бути

$$v_1 = v + u,$$

а проти

$$v_2 = v - u.$$

Різниця швидкостей мала зумовлювати різницю ходу променів, яка відповідала зміщенню інтерференційних смуг в полі спостереження, після ввімкнення струменя

Однак отриманий результат не відповідав класичному законові додавання швидкостей.

На той час цей результат не викликав подиву, оскільки він відповідав розрахункам французького фізика Френеля, за якими ефір мав частково захоплюватись рухомими середовищами з коефіцієнтом захоплення, начебто виявленим в досліді Фізо. Значення досліду було оцінене пізніше, в ході формування Спеціальної Теорії відносності.

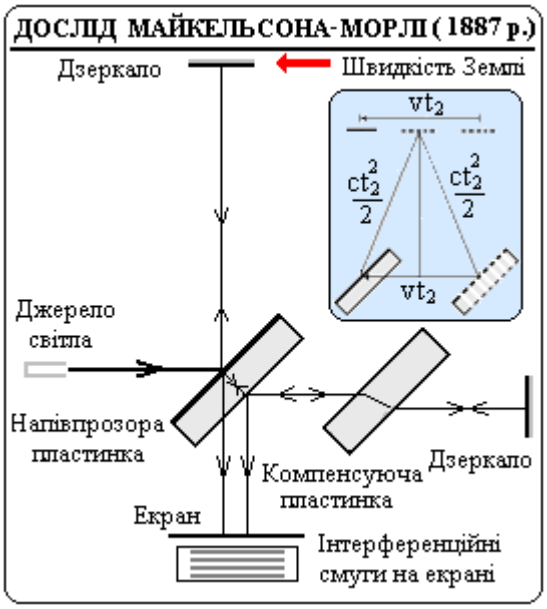
2.2. Дослід Майкельсона-Морлі

Велике враження на сучасників справив дослід ***Майкельсона та Морлі***, в якому перевірялась можливість додавання до швидкості світла швидкості руху Землі.

Таке могло бути, якщо Земля рухається відносно гіпотетичного ефіру, не захоплюючи його при русі. В такому випадку дві частини одного променя, спрямовані у взаємноперпендикулярних напрямках відносно лінії руху Землі, могли отримати різницю ходу і, при зведенні, інтерферувати.

Поворот установки на прямий кут мав приводити до зсуву інтерференційних смуг.

В установці світловий промінь від джерела падав під кутом 45^0 на скляну плоскопаралельну пластинку, на одну з поверхонь якої був нанесений напівпрозорий шар срібла. Цей шар поділяв промінь на дві частини – промінь, що йшов, після відбивання від шару срібла, під прямим кутом до початкового напрямку та промінь, який пройшов шар срібла. Обидва промені, після відбивання від дзеркал, сходились та інтерферували. Оскільки перший промінь до сходження з другим проходить пластинку тричі, а другий один раз, то, для компенсації цієї різниці, на шляху другого променя встановлювалась така сама пластинка. В результаті інтерференції спостерігалося чередування світлих та темних смуг.



При повороті установки на прямий кут, відбувався обмін умовами проходження променями шляху, і отже, мав спостерігатися зсув інтерференційних смуг.

Такого зсуву не було виявлено.

Негативний результат цього досліду, який, зокрема, узгоджувався з результатами досліду Фізо, потяг за собою інші експерименти, в яких перевірялась незалежність швидкості світла від руху, як і приймача, так і джерела, причому використовувалось світло не тільки земних джерел, а і Сонця та віддалених зір.

В результаті всіх дослідів, незалежність величини швидкості світла від системи відліку, тобто взаємного руху джерела та спостерігача, стала вважатися твердо встановленим фактом, і з цим відпала гіпотеза ефіру та сумніви щодо справедливості рівнянь Максвелла.

Але потрібно було узгодити нові факти з давно встановленими, підтвердженими загальнолюдською практикою.

Вихід був знайдений, завдяки працям багатьох вчених, серед яких провідна роль по праву має належати французькому генію Анрі Пуанкаре (1854 – 1912). Саме він сформулював принцип, названий ним *принципом відносності* (початковий варіант 1889 р., кінцевий 1904 р.), за яким «...закони фізики явищ повинні бути однаковими для нерухомого спостерігача і для спостерігача, що здійснює рівномірний поступальний рух, так, що ми не маємо і не можемо мати ніякого способу визначити, чи знаходимось ми в подібному русі, чи ні...».

3. Постулати теорії відносності.

Анрі Пуанкаре вперше усвідомив необхідність перегляду основних понять класичної фізики, і висловив основні ідеї, які лягли в фундамент сучасної теорії відносності.

Саме з його книгою «Наука та гіпотеза», де викладається принцип відносності та проводиться аналіз просторово-часових понять, в 1902 році знайомився молодий співробітник Цюріхського патентного бюро, в майбутньому уславлений німецький фізик – ***Альберт Ейнштейн*** (насправді читається ***Айнштайн***), який дав самостійне тлумачення основних положень теорії відносності, а згодом розробляв *геометричний підхід до теорії гравітації*, названий *загальною теорією відносності* на відміну від *спеціальної (часткової) теорії*, яка стосується інерціальних систем відліку і тут розглядається.

В основу Спеціальної Теорії відносності (СТВ) можна покласти два постулати.

Перший постулат, надійно підтверджений всією практикою людства, *називається* ***принципом відносності****, і стверджує, що всі природні явища в усіх інерціальних системах відліку (ІСВ), при однакових початкових умовах, відбуваються однаково. Закони природи є однаковими для цих систем, тому рівняння законів природи в усіх ІСВ повинні мати однакову форму, тобто бути незмінними (інваріантними, точніше-формінварфіантними) відносно перетворень переходу між системами.*

Цей постулат СТВ, зокрема, означає те, що спостерігач, перебуваючи в інерціальній системі, не має жодної можливості виявити рух цієї системи відносно іншої.

Другий постулат *СТВ, який ґрунтується на експериментальних даних, стверджує, що величина швидкості світла (швидкості електромагнітної хвилі в вакуумі), яка має співпадати з максимальною швидкістю передачі взаємодії між тілами, в усіх інерціальних системах є однаковою, тобто повинна бути інваріантом відносно перетворень переходу між інерціальними системами.*

Можна помітити, що *другий постулат можна розглядати як наслідок першого* при поширенні його на електродинаміку.

Отже *спеціальна (часткова) Теорія відносності* (СТВ) – це теорія в якій розглядаються співвідношення між формами законів фізики в різних інерціальних системах відліку (ІСВ), зокрема перетворення просторово-часових характеристик подій при переході з однієї ІСВ в іншу.

Такі постулати стали основою ***фундаментальної статті А. Ейнштейна 1904 року, що містила систематичний виклад теорії відносності.***

З математичної точки зору, теорію відносності розглядають, як теорію інваріантів, яка ґрунтується на певному виді симетрії, а основні співвідношення теорії інтерпретуються як метричні в геометрії чотирьохмірного простору, де четвертий вимір пропорційний часовій координаті. Такий підхід до СТВ був започаткованим одним з її творців – А. Пуанкаре та розвинений Г. Мінковським

При викладі принципів СТВ, розглядаються фізичні події, які можуть уявлятись зосередженими в певній точці простору в певний момент часу. Тобто, подія буде елементом явища, який характеризується положенням в просторі (координатами) та відповідним моментом часу.

Такою подією може бути одномоментний світловий спалах, миттєвий акт випромінювання та поглинання світла, проходження матеріальною точкою даного положення в просторі, зіткнення (співударяння) тіл, тощо.

4. Відносність часово-просторових співвідношень

4.1. Відносність одночасності та часу

Наступні проблеми вперше розглянуті *Пуанкаре* та *Ейнштейном.*

Інваріантність швидкості світла тягне за собою необхідність перегляду звичних уявлень про час.

Ми бачили, що перетворення швидкості класичної фізики пов’язане з мовчазним і, здавалось би, природнім припущенням про однаковість проміжків часу в усіх ІСВ. Ця *однаковість випливала зі збереження одночасності явища досягнення тілом кінцевої координати при переході в іншу систему*.

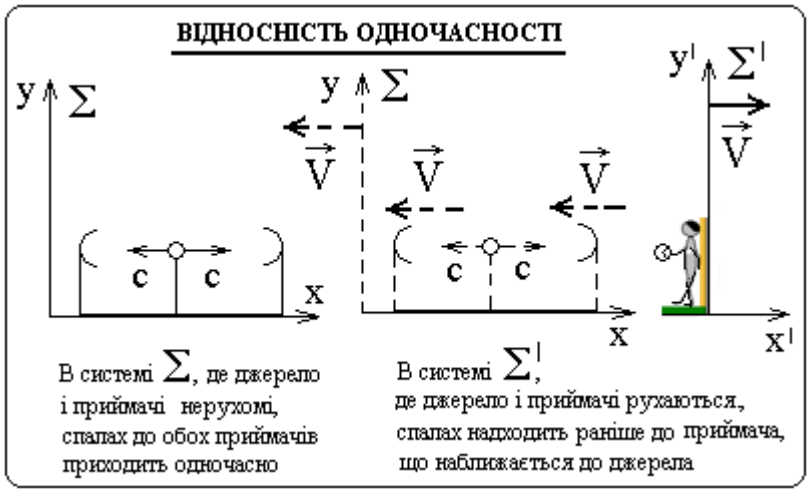
Проте, легко впевнитись, що збереження одночасності подій суперечить збереженню величини швидкості світла при переході між системами.

Нехай спалахи світла джерела поширюються в протилежні сторони від середини відрізка до його кінців в системі де джерело і відрізок нерухомі. Зрозуміло, що в цій системі, поширюючись зі швидкістю с, спалахи досягнуть кінців одночасно. В системі, що рухається відносно попередньої вздовж осі 0x, спалахи поширюються з попередньою швидкістю.

Проте один кінець наближається до спалаху, а протилежний віддаляється, внаслідок чого прихід спалахів до кінців не буде одночасним!

Одночасні події в одній системі виявляються неодночасними в іншій. Одночасність відносна.

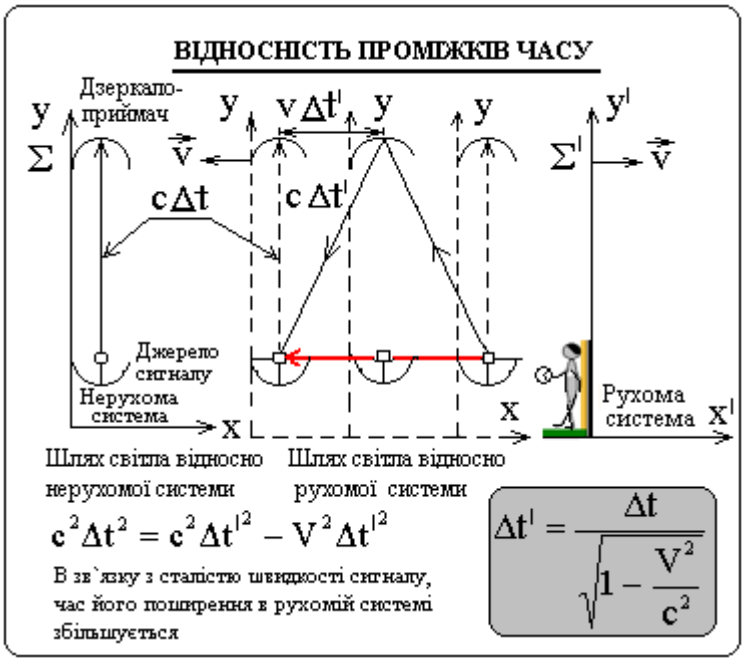
Оскільки вимірювання часу ґрунтується на одночасності, навіть в тому сенсі, що покази часу означають одночасність даної події з певним станом системи «годинник» (наприклад, положенням стрілок), то це приводить до висновку, що і *час в різних системах має бути різним*.



4.2. Перетворення проміжків часу

Час задається циклічною послідовністю подій в еталонній (а також однозначно відповідній їй – синхронізованій з нею) системі, що називається годинником. За принципом відносності всі годинники повинні йти однаково.

Розглянемо світловий годинник, в якому визначальними є події випромінювання світлового спалаху і відбивання його дзеркалом. Порівняємо проміжки часу між цими подіями в інерціальних системах, що взаємно рухаються.



Одну систему умовно вважатимемо нерухомою, іншу рухомою. Розгляд подій в цих системах еквівалентний розгляду їх нерухомим та рухомим спостерігачем. В рухомій системі швидкість світла зберігає величину c, проте траєкторія світлового сигналу буде нахиленою прямою, адже в цій системі і випромінювач і приймач будуть рухатись зі швидкістю V. Таким чином, світло в рухомій системі проходитиме більший шлях, ніж в нерухомій. Тому, проміжок часу, відрахований цим світловим годинником в рухомій системі ($\Delta t'$), буде більшим ніж в нерухомій (Δt). За теоремою Піфагора

$$c^2\Delta t^3 = c^2\Delta t'^2 - V^2\Delta t'^2,$$

звідки

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Ввівши позначення $\gamma = \frac{1}{\Gamma} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$,

запишемо

$$\Delta t^{|} = \gamma \Delta t.$$

Отже проміжок часу між одномісними подіями в рухомій системі більшій, ніж у нерухомій.

Помітно, що при

$$\beta = \frac{V}{c} << 1,$$

$$\Gamma = \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \approx 1.$$

Тому

$$\Delta t^{|} \approx \Delta t,$$

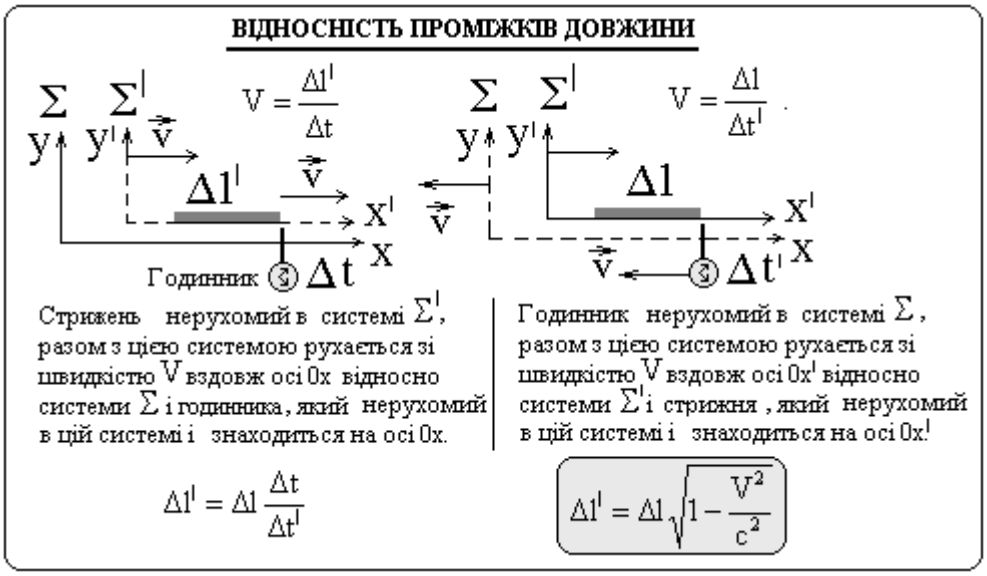
у відповідності до постулатів класичної фізики та звичних уявлень.

Приходимо до висновку, що класичне механіка не є хибною, а лише наближеною моделлю дійсності, справедливою лише для швидкостей досить малих порівняно зі швидкістю світла (V << c)

4.3. Перетворення проміжків довжини

Нехай в системі Σ рухомий стрижень довжиною $\Delta l,^{|}$ зі швидкістю V, проходить повз годинник, за яким час проходження Δt. Отже, в цій системі:

$$V = \frac{\Delta l^{|}}{\Delta t}.$$



В рухомій системі $\Sigma^{|}$,, повз нерухомий стрижень довжиною Δl зі швидкістю V проходить годинник, за яким час проходження $\Delta t^{|}$ Отже, в цій системі:

$$V = \frac{\Delta l}{\Delta t^{|}}.$$

З рівності швидкостей

$$\Delta l^{|} = \Delta l \frac{\Delta t}{\Delta t^{|}}.$$

Оскільки

$$\Delta t^{|} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},$$

то

$$\Delta l^{|} = \Delta l \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}.$$

Проміжки довжини в рухомій системі змиеншуються.

5.Перетворення переходу релятивістської фізики. (Часткові перетворення Лоренца)

5.1.Перетворення координат

Співвідношення між координатою точки, виміряною в рухомій системі $\Sigma^{|}$, і координатою, виміряною в нерухомій системі Σ, можна знайти, врахувавши, що зв'язок між ними є зв'язком довжини нерухомого відрізка $x^{|}$ та рухомого x – V t.
Отже

$$x^{|} = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

В напрямку інших осей системи відліку є ідентичними, тому

$$y^{|} = y,$$
$$z^{|} = z.$$

5.2. Перетворення часу

Час, виміряний в рухомій системі, входитиме до формули зворотного перетворення координати (переходу від $x^{|}$ до x). Ця формула, з міркувань симетрії, має бути ідентична попередній, за виключенням протилежного знаку перед швидкістю системи, який враховує рівність і протилежність взаємної швидкості систем відліку

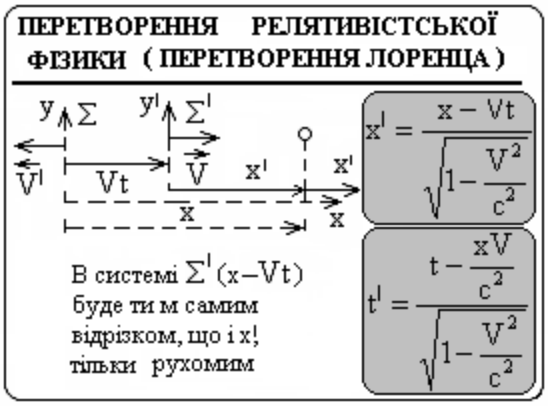
$$x = \frac{x^{|} + Vt^{|}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Звідси

$$t^{|} = \frac{x}{V}\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} - \frac{x^{|}}{V}.$$

Підставивши $x^{|}$, матимемо

$$t^{|} = \frac{t - \frac{xV}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$



Маємо *формули перетворень координати та часу при переході між інерціальними системами відліку релятивістської фізики в спеціальному (частковому) випадку* взаємного руху систем вздовж осі 0x.

Вперше подібні перетворення запропонував Вольдемар Фогт (Германія, 1887р.), потім Джозеф Лармор (Англія,1900р.). Їх виведення здійснили Лоренц (1904р.) та Пуанкаре (1905р.). Ейнштейн (1905р.) дав їм обгрунтування на основі постулату сталості швидкості світла. За пропозицією Пуанкаре ці перетворення іменуються ***перетвореннями Лоренца.***

Можна помітити, що перетворення Лоренца не заперечують перетворень класичної фізики, які на честь Галілео Галілея названо *перетвореннями Галілея*.

Видно, що при v << c,перетворення Лоренца переходять в перетворення Галілея, оскільки величиною $\beta = \frac{v}{c}$, яка входить в усі співвідношення, можна знехтувати. Таким чином перетворення класичної фізики є наближеними, які виконуються, з достатньою для технічної практики точністю, у випадку швидкостей, значно менших швидкості світла.

Формально, перетворення Лоренца можна перевести в перетворення Галілея, спрямувавши швидкість системи до нуля, або швидкість світла до нескінченності.

6. Перетворення швидкості (правило додавання швидкостей)

Довільність вибору початку відліку дозволяє вести відлік координати і часу руху тіла з нуля в обох системах. За цим пов'яжемо проекцію швидкості руху тіла u_x в обох системах на основі перетворень Лоренца

$$u_x^{|} = \frac{x^{|}}{t^{|}} = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \frac{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{t - \frac{xV}{c^2}} .$$

Розділивши на t, матимемо

$$u_x^{|} = \frac{u_x - V}{1 - \frac{u_x V}{c^2}} .$$

Враховуючи можливість протилежного напрямку V та вважаючи $u_x = u$, запишемо

$$u = \frac{u \pm V}{1 \pm \frac{uV}{c^2}} .$$

Остання формула виражає правило додавання колінеарних швидкостей в релятивістській фізиці.

Перетворення y-проекції швидкості u_y виконаємо ділення координати на час руху.

$$u_y^{|} = \frac{y^{|}}{t^{|}} = \frac{y}{1 - \frac{xV}{c^2}}$$

Після ділення на t, отримаємо

$$u_y^{|} = \frac{u_y \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{u_x V}{c^2}}$$

Особливістю останнього запису є залежність y-проекції швидкості від її x-проекції.

Якщо швидкість тіла в старій (умовно нерухомій) системі напрямлена вздовж осі 0x (тобто $u_x = 0$), то

$$u_y^{|} = u_y \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} .$$

Такі перетворення вперше з'явились в статті *Пуанкаре*.

7. Два підходи до понять маси та імпульсу при побудові СТВ

В зв'язку з перетворенням складової швидкості поперечної до напрямку руху системи, виникає загроза порушення закону збереження відповідної проекції імпульсу, адже при $m^{|} = m$ не може виконуватись рівність

$$m^{|} u_y^{|} = m u_y ,$$

яка еквівалентна

$$m^{|} u_y \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} = m u_y .$$

Щоб не допустити порушення закону збереження проекції імпульсу, можна піти двома шляхами.

Перший шлях: *визнати масу інваріантною*, але прийняти залежність імпульсу від швидкості іншою ніж у класичній фізиці, у відповідності до формули

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = mv\gamma .$$

***Другий шлях**: вважати масу відносною (релятивістською), залежною від швидкості, залишивши незмінним вираз імпульсу.*

Саме останній шлях був обраний Ейнштейном на початковому етапі осмислення співвідношень СТВ, за яким, у розглянутому випадку, залежність маси від швидкості визначається формулою

$$m^{|} = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = m\gamma .$$

Якщо в початковій (умовно нерухомій) системі тіло було нерухомим, то швидкість V в наведених записах співпадає зі швидкістю тіла v, маса $m^{|}$ буде масою рухомого тіла, а m– масою спокою.

Незручністю наведених міркувань стосовно маси є те, що для збереження x-компоненти імпульсу, приходиться вводити іншу залежність маси від швидкості, і розрізняти таким чином поздовжню і поперечну маси, як за часів Ейнштейна (в його основній статті цей момент викладений з математичною помилкою).

Виникає парадоксальна ситуація: масу слід вважати багатокомпонентним об'єктом – тензором.

Саме тому, ***на сучасний момент,** перевага віддається першому підходові, за яким **під масою розуміють лише інваріантну масу спокою**.*

8. Релятивістська енергія та імпульс

Спираючись на формулу імпульсу, можна почати пошуки релятивістської формули енергії.

Оскільки в класичній механіці кінетична енергія виражається через імпульс, можна розглянути запис

$$W_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{mv^2\gamma^2}{2}$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

або

$$\gamma^2c^2 - \gamma^2v^2 = c^2 \ (1)$$

$$c^2\ (\gamma^2 - 1) = \gamma^2v^2$$

$$c^2(\gamma - 1\ )\ (\ \gamma + 1) = \gamma^2v^2$$

Для малих швидкостей, уникаючи нульових множників, можна взяти $\gamma \approx 1$ і отримати

$$2c^2(\gamma - 1\ ) \approx \gamma^2\ v^2 .$$

Останній вираз дає можливість перетворити початкову формулу кінетичної енергії. Підставивши в неї $\gamma^2\ v^2$, отримаємо

$$W_k \approx mc^2(\gamma - 1) = mc^2\gamma - mc^2$$

Оскільки кінетична енергія набувається в результаті руху, то кожен член різниці повинен мати зміст енергії. Тобто, кінетична енергія, має бути різницею енергії рухомого тіла та нерухомого. Тому

$$E = mc^2\gamma = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ – означується, як енергія рухомого тіла,

$$E_0 = mc^2 \text{ – енергія спокою.}$$

Якщо розглядати довільні швидкості, то наведені міркування можуть служити лише мотивом для введення релятивістських формул енергії.

Помноживши (1) на інваріантну константу $m^2 c^2$, матимемо

$$m^2 c^4\gamma^2 - m^2 c^2 v^2\gamma^2 = m^2 c^4 ,$$

або, у відповідності до попередніх означень, отримаємо зв'язок релятивістської енергії та імпульсу

$$E^2 - E_0^2 = p c^2$$

Релятивістські формули енергії були отримані *Пуанкаре* (1905р.), який ще в 1900 р встановив зв'язок між густиною електромагнітної енергії та квадратом швидкості світла. Слід зауважити, що формулу зв'язку маси та енергії ($E = mc^2$) в 1904 році запропонував Ф. Хазеньорль.